

Системы теплоснабжения, холодного и горячего водоснабжения, канализации, технологического обогрева и охлаждения, мелиорации, ирригации, широко распространенные в жилищно-коммунальном хозяйстве, промышленности и сельском хозяйстве, относятся к водным сетям. Природные гидрологические системы (озера, реки с их притоками и бифуркантами, водохранилища) также можно представить в виде водных сетей. Часто приходится решать задачи, связанные с распределением в таких сетях химических веществ (примесей и добавок) при залповом, равномерном или ином режиме их поступления в сеть, например:

— определять возможные колебания концентраций корректирующих добавок в тепловых сетях или пароводяных трактах тепловых и атомных электростанций при различных режимах их дозирования;

— рассчитывать максимальные концентрации и время допустимого превышения ПДК загрязнений и токсичных веществ при их попадании в системы водоснабжения, ирригации, реки или озера;

— определять места ввода в водяную сеть того или иного вещества, которые обеспечивают наиболее интенсивное воздействие вещества на заданный участок водяной сети (например, при очистке тепловой сети от накипи).

Водная сеть представляет собой систему трубопроводов (возможно, разветвляющихся и вновь соединяющихся) и резервуаров, по которой движется вода. Сеть может быть закрытой, открытой или однотрубной. В закрытой сети (идеализированный случай) вода циркулирует без потерь и без подпитки. В открытой сети часть воды отбирают потребители, причем потребленный объем необходимо восполнять. В однотрубной сети циркуляция воды полностью отсутствует — всю поданную в сеть воду забирают потребители. В заданном месте водной сети вводится вещество в количестве x , причем это количество зависит от времени t : $x = x(t)$. На практике обычно требуется определить величину y , т.е. концентрацию введенного вещества в том месте водной сети, откуда потребитель забирает воду: $y = y(t)$.

РАСЧЕТ

РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

ПРИМЕСЕЙ

И ДОБАВОК

В ВОДНЫХ

СЕТЯХ

**Ф.Ф. Чаусов, Г.А. Раевская,
Ю.Н. Германов**

**Удмуртский государственный
университет,
Тверской государственный
университет**

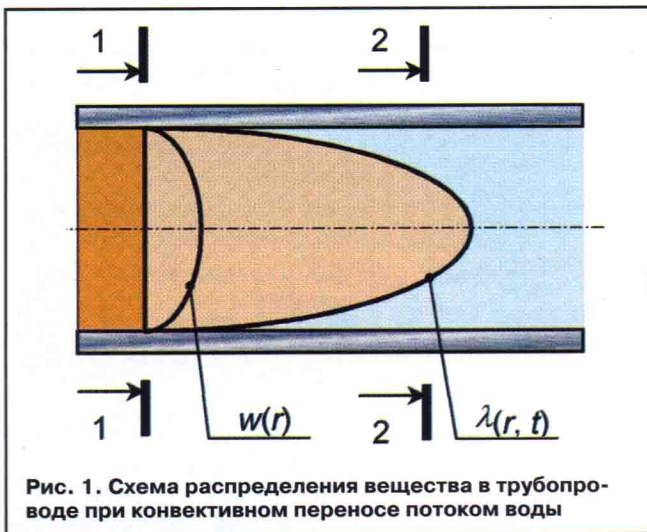


Рис. 1. Схема распределения вещества в трубопроводе при конвективном переносе потоком воды

При движении воды по трубопроводу радиусом R слои воды, находящейся на различном расстоянии от оси трубы, перемешаются с различной скоростью $w = w(r)$ (рис. 1). Поэтому если в месте ввода (сечение 1-1) вещество по сечению трубопровода распределено равномерно, то по истечении некоторого времени t и на некотором расстоянии от места ввода (сечение 2-2) "концентрационный фронт" примет форму параболоида вращения, описываемого уравнением $\lambda(r, t) = t w(r)$. В результате исходная концентрация вещества в сечении 2-2 сохранится лишь в центральной части трубы, изменится также средняя концентрация вещества. Таким образом, можно сделать вывод, что появление вещества в воде потребителя будет запаздывать по отношению к моменту его ввода в систему тем больше, чем дальше находится потребитель от места его ввода. Количественное описание данного процесса представляет интерес для экологии, энергетики, гражданской защиты и др.

Для решения задач данного типа авторами предложена математическая модель, основанная на использовании метода частотных характеристик, известного из классической теории автоматического управления. При выводе основных соотношений модели были сформулированы следующие упрощающие предположения:

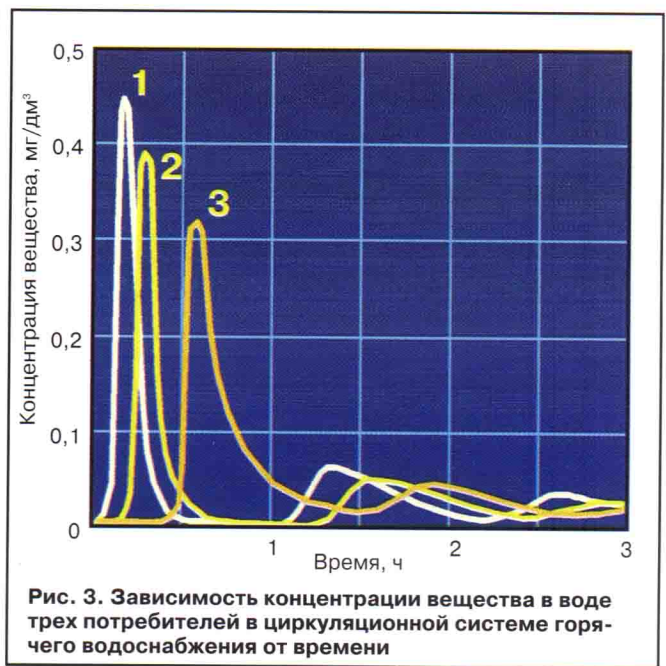
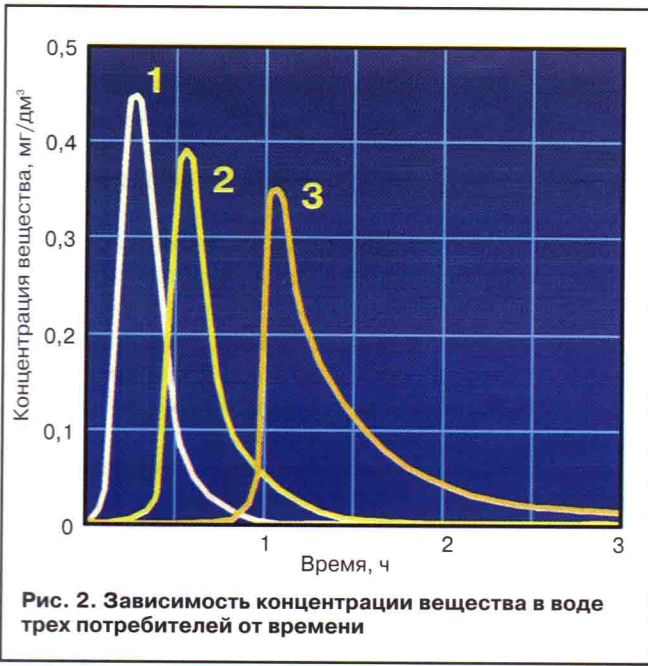
- массоперенос в водной сети осуществляется за счет конвекции (молекулярной диффузией можно пренебречь);
- водная сеть состоит из двух типов элементов: трубопроводов и резервуаров;
- в трубопроводе перенос вещества потоком воды совершается в соответствии с профилем скоростей потока (рис. 1);
- в резервуарах происходит идеальное перемешивание.

Использование интегрального преобразования Лапласа позволяет поставить в соответствие каждому элементу водной сети так называемую передаточную функцию $W = W(p)$. Передаточ-

ная функция каждого элемента является комплекснозначной функцией W комплексного переменного p и содержит всю информацию о динамических свойствах элемента. Передаточная функция резервуара имеет вид $W_p = W_p(p; T_p)$. Она включает (помимо комплексного переменного p) параметр T_p , называемый постоянной времени резервуара. Постоянная времени резервуара T_p , ч, равна отношению объема резервуара V_p , м³, к расходу воды из него Q , м³/ч. Передаточная функция трубопровода имеет вид $W_T = W_T(p; T_T, n)$. Она зависит от постоянной времени трубопровода T_T , ч, равной отношению объема трубопровода V_T , м³, к потоку воды через него Q , м³/ч, и от параметра n , который характеризует гидродинамический режим потока воды в трубопроводе.

Замечательным свойством передаточных функций, намного облегчающим расчет характеристик водной сети в целом, является простота расчета передаточных функций системы, когда известны передаточные функции составляющих ее элементов. В этом случае при последовательном соединении элементов (трубопроводов или резервуаров) их передаточные функции перемножаются, а при параллельном — складываются. Таким образом, выполняя простейшие арифметические действия над известными передаточными функциями W_p и W_T каждого из элементов, составляющих водную сеть, можно получить передаточную функцию системы в целом.

Передаточная функция $W(p)$ чисто мнимого аргумента $p = i\omega$ может быть представлена как комплекснозначная функция действительного аргумента $\hat{W}(\omega) = W(i\omega)$. Функция $\hat{W}(\omega)$ называется комплексной частотной характеристикой. Модуль и аргумент комплексной частотной характеристики являются уже действительными функциями действительного аргумента и называются соответственно амплитудно-частотной и фазочастотной характеристиками. Частотные характеристики описывают реакцию системы на синусоидальное воздействие, т.е. позволяют определить зависимость концентрации вещества в воде у потребителя, если интенсивность его поступления в систему зависит от времени синусоидально с частотой ω . Очевидно, что в этом случае концентрация вещества в воде у потребителя также будет описываться синусоидой с той же частотой. При этом амплитудно-частотная характеристика $A(\omega) = |\hat{W}(\omega)|$ описывает зависимость амплитуды колебаний концентрации вещества в воде потребителя от частоты ω (т.е. степень сглаживания колебаний), а фазочастотная характеристика $\varphi(\omega) = \arg[\hat{W}(\omega)]$ — фазовый сдвиг колебаний концентрации вещества у потребителя относительно колебаний интенсивности поступления вещества в водную сеть (т.е. степень за-



паздывания). Для каждой пары точек "место ввода вещества — место потребления воды" существует своя пара частотных характеристик.

Может показаться, что исследование распределения вещества в водной сети в случае, когда интенсивность его поступления зависит от времени и подчиняется синусоидальному закону, далеко от практики. Однако известно [2], что любая функция, отвечающая условиям Дирихле на конечном интервале времени $T = (t_1, t_2)$, может быть представлена в виде ряда Фурье — суммы бесконечного числа гармонических колебаний с частотами $\omega_k = 2\pi k/T$, кратными частоте первой гармоники $\omega_1 = 2\pi/T$. С достаточной для практики точностью зависимость интенсивности поступления вещества от времени может быть описана суммой конечного числа N слагаемых:

$$x(t) \approx \sum_{k=1}^N c_k e^{-i\omega_k t}$$

На практике чаще всего приходится сталкиваться со случаями, когда временной режим поступления вещества может быть описан:

- мгновенным импульсом единичной интенсивности ($c_k = 1$ при всех k);
- импульсом продолжительностью τ и амплитудой A ($c_k = 2A \sin(k\tau/T)/k$).

Для того чтобы определить зависимость концентрации вещества в воде потребителя от времени, достаточно почленно умножить ряд Фурье на частотную характеристику водной сети для конкретной пары точек "место ввода вещества — место потребления воды":

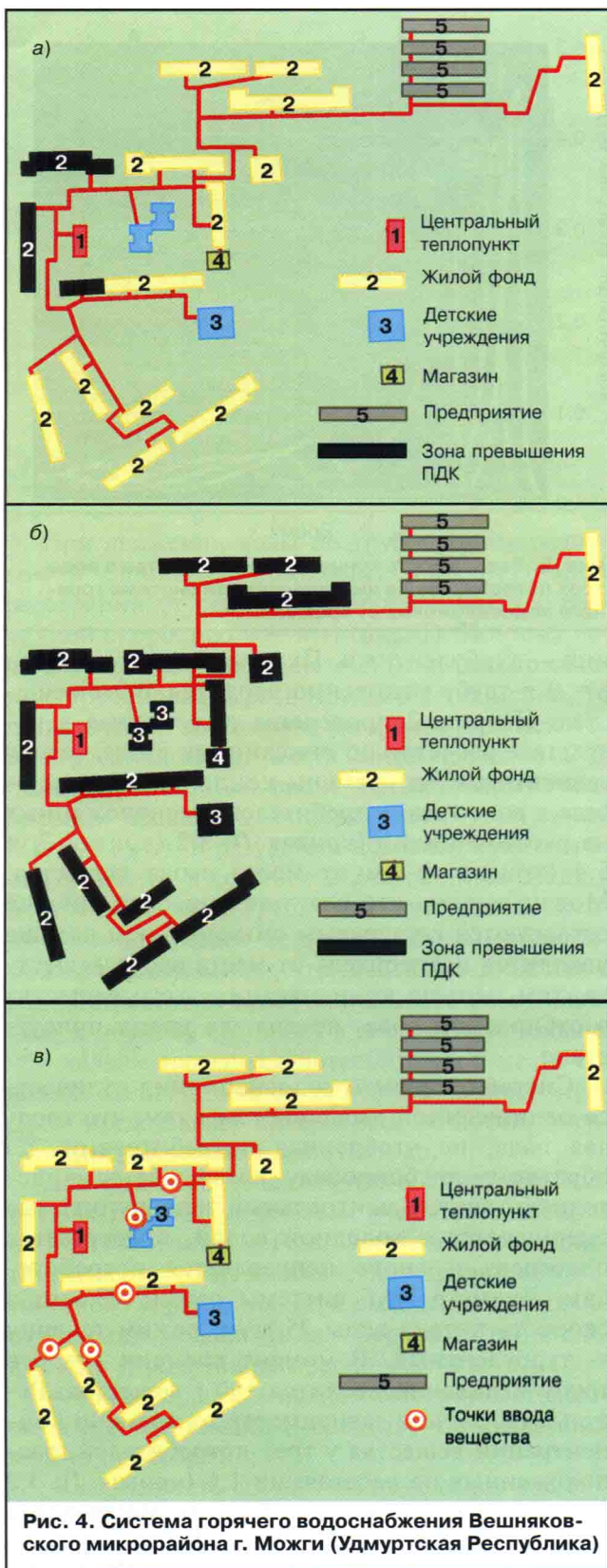
$$y(t) \approx \sum_{k=1}^N \hat{W}(\omega_k) c_k e^{-i\omega_k t}$$

Рассмотрим водопровод из труб диаметром 100 мм. Скорость потока воды в водопроводе постоянна и составляет 25 м³/ч, режим тече-

ния — турбулентный. Пусть в момент времени $t = 0$ в трубу мгновенно вводится 100 г вещества. На рис. 2 приведены полученные в результате расчетов по описанному выше методу зависимости от времени концентрации вещества в воде трех потребителей, расположенных на расстоянии 1,6 (кривая 1); 3,2 (кривая 2) и 6,4 (кривая 3) км от места ввода вещества. Можно видеть, что результаты расчета вполне согласуются со здравым смыслом: чем дальше находится потребитель от места ввода вещества, тем меньше концентрация этого вещества в отбираемой воде, но дольше время присутствия.

Система горячего водоснабжения отличается от описанной выше системы тем, что горячая вода, не отобранная потребителями, по обратному трубопроводу возвращается в исходную точку (в центральный теплопункт), где смешивается с холодной водой, подвергается подогреву и вновь направляется потребителям. Диаметр труб системы равен 100 мм, а скорость потока воды 25 м³/ч, режим течения — турбулентный. В момент времени $t = 0$ в трубу мгновенно вводится 100 г вещества. Результаты расчета зависимости от времени концентрации вещества у трех потребителей, расположенных на расстоянии 1,6 (кривая 1); 3,2 (кривая 2) и 6,4 (кривая 3) км от места ввода вещества приведены на рис. 3. Из-за циркуляции воды концентрация вещества в воде каждого из потребителей изменяется: то увеличивается, то уменьшается с постоянной периодичностью для всех потребителей и для всей системы в целом.

Благодаря простоте оперирования передаточными функциями метод частотных характеристик можно использовать для расчетов водно-хи-



мических режимов сетей весьма сложной конфигурации.

Расчеты концентрации вещества в воде при мгновенном вводе вещества в воду в центральном теплопункте системы горячего водоснабжения Вешняковского микрорайона г. Можги (Удмуртская Республика) выполнены для двух слу-

чаев. В первом — было введено 1200 г (рис. 4, а), во втором — 1600 г (рис. 4, б). Предположим, что ПДК вещества составляет 1 мг/дм³. Количество вещества, введенного в воду, во втором случае ненамного больше, чем в первом. Несмотря на это, зона превышения ПДК во втором случае значительно больше.

Во многих случаях актуальна обратная задача: требуется найти такое место введения вещества в воду, чтобы обеспечивалось его наиболее эффективное воздействие на тот или иной участок сети. Например, в системе горячего водоснабжения Вешняковского микрорайона г. Можги (Удмуртская Республика) требуется удалить накипь из оборудования в центральном теплопункте. С этой целью в обратный трубопровод системы мгновенно вводят определенное количество вещества, способного растворять накипь. Для наиболее эффективного воздействия вещества на оборудование центрального теплопункта необходимо найти точку (или несколько точек) введения вещества, чтобы воздействие его на оборудование центрального теплопункта было наиболее эффективным (рис. 4, в).

Очевидно, что ввод вещества в воду непосредственно перед входом воды в центральный теплопункт не даст желаемого результата, так как концентрация вещества в воде в этом случае хотя и максимальна, но время воздействия его на оборудование будет слишком коротким. Удаленный ввод вещества в воду также не даст желаемого результата, так как концентрация вещества в воде будет недостаточной. В результате расчетов определено, что оптимальным расстоянием точки ввода вещества от объекта воздействия, обеспечивающим максимальную эффективность воздействия, будет такое расстояние, при котором необходимая для очистки оборудования от накипи концентрация вещества существует в течение максимального интервала времени.

Предложенный метод позволяет с достаточной для практики точностью рассчитывать распределение веществ в водных сетях. Метод частотных характеристик дает возможность упростить математическую модель водной сети и сократить объем расчетов при исследовании распределения вещества в сетях сложной конфигурации. Он может быть использован для определения изменения во времени концентрации вещества в воде у потребителей в заданном месте при известном режиме поступления вещества в водную сеть, а также для отыскания точек водной сети, введение в которые вещества обеспечивает максимальную эффективность его воздействия на заданные участки сети. ■